Contents

[Group – Nhóm: 1](#_Toc156304529)

[Set – Tập Hợp: 1](#_Toc156304530)

[Field – Trường: 1](#_Toc156304531)

[Map – Ánh Xạ: 1](#_Toc156304532)

Group – Nhóm:

1. Nhóm?

* Nhóm là 1 tập hợp G kết hợp với 1 toán tử “⋅” thỏa mãn các tiên đề sau

* e gọi là Identity

1. Kí Hiệu Nhóm?

* G là tên của tập hợp
* “⋅” là toán tử

1. Nhóm Giao Hoán (Abelian Group)?

* Nhóm giao hoán là 1 tập hợp A kết hợp với 1 toán tử “⋅” thỏa mãn các tiên đề về nhóm, và thỏa mãn thêm tiên đề sau

Set – Tập Hợp:

1. Kí Hiệu?

* Cho V là tập hợp gồm các phần tử nào đó
* Cách 1, liệt kê

* Cách 2, dùng biến và các điều kiện, ngăn cách bởi dấu gạch hoặc 2 chấm

* Ví dụ

1. Tập Hợp Bằng Nhau?

* Các phần tử trong tập hợp không quan tâm thứ tự và số lần xuất hiện
* Ví dụ

1. Tập Lồi (Convex Set)?

* Là 1 tập hợp các điểm trong không gian, sao cho tất cả điểm trên đường nối 2 điểm bất kì trong tập thì thuộc tập

1. Sơ đồ Venn?

* Bao gồm 1 tập vũ trụ, kí hiệu là U, chứa tất cả mọi thứ trên đời, tương ứng hình chữ nhật bao ngoài
* Các bao đóng bên trong biểu diễn tập hợp
* Các điểm biểu diễn phần tử trong tập hợp

1. Tập Rỗng (Empty Set) Và Tập Đơn (Singleton Set)?

* 1 tập rỗng không chứa gì cả kí hiệu là {} hoặc ∅
* 1 tập đơn chỉ chứa 1 phần tử duy nhất, ví dụ {∅} là 1 tập đơn do nó chứa đúng 1 phần tử là 1 tập rỗng

1. Tập Con Thực Sự (Proper Subset)?

* Là tập con và không = tập cha, ví dụ {1, 2, 3} là tập con của {1, 2, 3} nhưng không phải tập con thực sự

1. Tập Hữu Hạn?

* Giả sử 1 tập S có n phần tử riêng biệt, khi này bản số (Cardinality) của tập là

1. Tập Lũy Thừa (Power Set)?

* Cho tập S, tập lũy thừa P(S) là tập hợp mà mỗi phần tử là tập con của S, chứa toàn bộ tập con của S
* Ví dụ

* Nếu S có n phần tử thì P(S) có 2n phần tử

1. Dãy Sắp Thứ Tự (Ordered N Tuple)?

* Là 1 dãy số a1, a2, a, …, aN
* Ví dụ
* 3 – Tuple như (2, 5, 9) hoặc (4, 5, 8), …
* 2 Tuple chỉ bằng nhau khi các phần tử tương ứng bằng nhau, ví dụ (1, 2, 3) = (1, 2, 3) nhưng không = (3, 2, 1)

1. Tích Cartesian (Tích Đề Các)?

* Là tích của N tập hợp, kết quả trả về là 1 tập hợp mà càng phần tử đều là N – Tuple, mỗi Tuple gồm N giá trị tương ứng của N tập hợp theo đúng thứ tự

* Ví dụ

1. Hợp (Union)?

* Để tìm số phần tử của 1 hợp, cộng tất cả số phần tử của từng tập hợp, trừ số phần tử của giao của mỗi bộ 2 tập hợp, cộng số phần tử của giao của mỗi bộ 3 tập hợp, trừ số phần tử của giao của mỗi bộ 4 phần tử, …
* Ví dụ

1. Giao (Intersection)?

1. Hiệu (Difference)?

* Là các phần tử thuộc tập hợp này nhưng không thuộc tập kia

* Ví dụ

1. EX – OR?

* Là phần tử chỉ thuộc 1 trong 2 tập hợp, không được thuộc cả 2

1. Phần Bù (Complement)?

* Là tất cả những gì không thuộc về tập hợp

1. Công Thức Giao Hợp?

* Thế giao thành AND, hợp thành OR, các công thức y chang trong hệ thống số

1. Quan Hệ (Relation)?

* Là khái niệm mở rộng ra từ hàm, ví dụ hàm y = 2x biểu diễn mối quan hệ tuyến tính giữa y và x, bản chất quan hệ là 1 tập hợp các điểm trong không gian tuân theo 1 quy luật nào đó
* Cho 2 tập hợp A và B, C là tích Đề Các của chúng, R là 1 tập con bất kì của C, khi này R chính là 1 quan hệ (hàm) từ A đến B, khi chỉ có 2 tập hợp, thì ta gọi là quan hệ 2 ngôi (Binary Relation)
* Mở rộng ra cho N tập hợp, R là 1 tập con bất kì của tích Đề Các của chúng, thì R gọi là quan hệ N ngôi
* Ví dụ cho A = B = tập hợp số thực, khi này tích Đề Các của chúng sẽ là tập hợp toàn bộ tọa độ điểm trong không gian 2D, lấy 1 tập con của nó, giả sử tập con này bao gồm toàn bộ điểm tạo thành đồ thị hàm số bậc 2, thì rõ ràng đây chính là 1 quan hệ 2 ngôi giữa hoành độ và tung độ
* Xét mệnh đề

* Mệnh đề này tương đương

* 1 quan hệ trên 1 tập hợp là 1 quan hệ từ 1 tập hợp tới chính nó, ví dụ cho tập A, R là 1 tập con của tích Đề Các A x A thì R là 1 quan hệ trên A
* Loại quan hệ từ 1 tập A tới chính nó sẽ có hoặc không có 4 tính chất sau, R là quan hệ
* Tính phản xạ (Reflexive), (x, x) thuộc R

* Tính đối xứng (Symmetric), (x, y) thuộc R thì (y, x) cũng phải thuộc R

* Tính phản đối xứng (Antisymmetric), giả sử x khác y, (x, y) thuộc R thì (y, x) không được thuộc R

* Tính bắc cầu (Transitive), (x, y) và (y, z) thuộc R thì (x, z) cũng phải thuộc R

* Ví dụ xét tập sau là tập ước số trên Z+

* Dễ thấy R có tính phản xạ, do a ⋮ a
* R không có tính đối xứng, do a ⋮ b thì chưa chắc b ⋮ a
* R có tính phản đối xứng, do a ⋮ b và b ⋮ a thì a phải = b
* R có tính bắc cầu, b ⋮ a, c ⋮ b, thì đương nhiên c ⋮ a
* Các quan hệ bản chất là tập hợp, do đó chúng có thể giao hợp các thứ để tạo ra quan hệ mới

1. Quan Hệ Hợp (Composition Relation)?

* Bản chất quan hệ = hàm, nhưng bây giờ thay vì 1 điểm chỉ ánh xạ tới 1 điểm thì nó có thể ánh xạ tới nhiều điểm
* Cho quan hệ R từ tập A tới B và quan hệ S từ tập B tới C, tưởng tượng 1 điểm a trong A, bị R ánh xạ tới 2 điểm trong B, 2 điểm này lại bị S ánh xạ tới tổng cộng 3 điểm trong C, như vậy, sẽ có 3 điểm trong C có thể đến được từ a thông qua R rồi S, bây giờ ta bỏ đi B, nối thẳng a vào 3 điểm trong C, khi này được quan hệ hợp

* Nghĩa là lấy tích Đề Các giữa A và C để xác định không gian mà quan hệ hợp thuộc về, nếu tồn tại 1 điểm cầu nối b trong B nối từ điểm a trong A tới c trong C thì cặp (a, c) sẽ hợp lệ, tức là a có thể tới c
* Ví dụ

* Giống như hàm thông thường, quan hệ hợp có tính kết hợp

1. Quan Hệ Đường Chéo (Diagonal Relation)?

* Cho Δ là quan hệ trên tập A, Δ là quan hệ đường chéo khi

1. Quan Hệ Ngược (Inverse Relation)?

* Là thay đổi thứ tự của cặp giá trị trong mỗi Tuple của 1 quan hệ, ví dụ

1. Quan Hệ Mũ (Power Of Relation)?

* Cho quan hệ R, khi đó Rn = n hàm R hợp lồng lên nhau, ví dụ

1. Biểu Diễn Quan Hệ Bằng Ma Trận?

* Cho tập A = {a, b, c, d, …}, cho tập B = {x, y, z, t, …}, R là quan hệ từ A tới B, = {(a, y), (c, z), …}
* Bước 1, đặt các phần tử của A theo thứ tự từ trên xuống ở cạnh trái
* Bước 2, đặt các phần tử của B theo thứ tự từ trái sang ở cạnh phải
* Bước 3, ô nào thuộc R thì đánh 1, còn lại đánh 0

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | x | y | z | t | … |
| a | 0 | 1 | 1 | 1 | … |
| b | 0 | 0 | 0 | 0 | … |
| c | 0 | 0 | 1 | 0 | … |
| d | 1 | 0 | 0 | 0 | … |
| .. | … | … | … | … | … |

* Ta được ma trận nhị phân biểu diễn R

1. Biểu Diễn Quan Hệ Bằng Đồ Thị Có Hướng?

* Giả sử R là quan hệ trên 1 tập hợp, ví dụ R là quan hệ trên tập số nguyên và = {(1, 1), (1, 3), (2, 1), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (4, 1)}
* Bước 1, vẽ các đỉnh là các số xuất hiện trong R
* Bước 2, vẽ mũi tên, ví dụ (1, 2) thì mũi tên từ đỉnh 1 chĩa tới đỉnh 2



1. Bao Đóng (Closure)?

* Bao đóng của 1 quan hệ R trên 1 tập theo 1 tính chất nào đó, ví dụ phản xạ, đối xứng, … là 1 quan hệ khác, mà quan hệ này là quan hệ có kích thước nhỏ nhất sao cho bao R, và thỏa mãn tính chất đó
* Ví dụ, cho R = {(a, b), (c, d), (a, c), (b, b)}, ta có bao đóng phản xạ của nó là

{(a, b), (c, d), (a, c), (b, b), (a, a), (c, c), (d, d)}

* Tổng quát
* Bao đóng phản xạ

* Bao đóng đối xứng

* Bao đóng bắc cầu

1. Quan Hệ Tương Đương (Equivalence Relation)?

* R gọi là quan hệ tương đương chỉ khi nó thỏa mãn 3 tính chất là phản xạ, đối xứng và bắc cầu
* Giả sử tập A là tập các số nguyên dương từ 1 đến 6, để xây dựng 1 quan hệ tương đương trên A, ta làm các bước sau
* Bước 1, kẻ ma trận 6 x 6

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 6 |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |
| 1 |  |  |  |  |  |  |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |

* Bước 2, chia phần tập A, các phần có thể không liên tục, các phần khác nhau không giao nhau, tất cả các phần hợp lại thành A, ví dụ chia A thành {1, 2, 3}, {4, 5}, {6} hoặc {1, 4, 5}, {2, 3, 6}, …
* Bước 3, với mỗi phần, thực hiện quét ngang và dọc ứng với phần đó, đánh dấu phần giao nhau, ví dụ phần {1, 4, 5} thì quét hàng 1, 4, 5, sau đó quét 1, 4, 5
* Quét hàng

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 6 |  |  |  |  |  |  |
| 5 | x | x | x | x | x | x |
| 4 | x | x | x | x | x | x |
| 3 |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |
| 1 | x | x | x | x | x | x |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |

* Quét tiếp cột

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 6 | x |  |  | x | x |  |
| 5 | x |  |  | x | x |  |
| 4 | x |  |  | x | x |  |
| 3 | x |  |  | x | x |  |
| 2 | x |  |  | x | x |  |
| 1 | x |  |  | x | x |  |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |

* Lấy phần vừa được quét hàng vừa được quét cột

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 6 |  |  |  |  |  |  |
| 5 | x |  |  | x | x |  |
| 4 | x |  |  | x | x |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |
| 1 | x |  |  | x | x |  |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |

* Tiếp tục thực hiện với các phần còn lại, rồi hợp lại, ví dụ nếu chia phần là

{1, 4, 5}, {2, 3, 6} thì ta sẽ có ma trận

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 6 |  | x | x |  |  | x |
| 5 | x |  |  | x | x |  |
| 4 | x |  |  | x | x |  |
| 3 |  | x | x |  |  | x |
| 2 |  | x | x |  |  | x |
| 1 | x |  |  | x | x |  |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |

* Đây chính là biểu diễn ma trận của 1 quan hệ tương đương trên tập A
* Với mỗi cách chia phần khác nhau, sẽ tạo ra 1 quan hệ tương đương khác nhau, và với toàn bộ cách chia phần, ta có thể tạo ra mọi quan hệ tương đương có thể có

1. Lớp Tương Đương (Equivalence Class)?

* Cho R là 1 quan hệ tương đương trên tập A, xét tất cả Tuple trong R có phần tử đầu tiên = a, ví dụ (a, a), (a, b), (a, foo), …, khi này tập hợp tất cả phần tử thứ 2 = {a, b, foo, …} gọi là lớp tương đương của a, kí hiệu

* Cách xác định nhanh lớp tương đương là sử dụng biểu diễn ma trận của nó, ta sẽ thấy có nhiều cột giống y chang nhau, và nếu xếp tất cả cột này gộp lại, sẽ được 1 ma trận vuông, tức là các cột giống nhau thì chung 1 lớp
* Ví dụ, xét quan hệ tương đương trên tập {1, 2, 3, 4, 5, 6} có biểu diễn ma trận

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 6 |  | x | x |  |  | x |
| 5 | x |  |  | x | x |  |
| 4 | x |  |  | x | x |  |
| 3 |  | x | x |  |  | x |
| 2 |  | x | x |  |  | x |
| 1 | x |  |  | x | x |  |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |

* Dễ thấy 2, 3, và 6 cùng chung 1 lớp, 1, 4, và 5 cùng chung 1 lớp, các lớp này sẽ không giao nhau, và hợp thành A
* Nếu R là quan hệ tương đương trên tập A, ta có các định lý sau

* Nghĩa là nếu lớp a = lớp b, hoặc chỉ cần lớp a và lớp b có 1 điểm chung, thì chắc chắn R chứa điểm (a, b)
* Chứng minh
* Vì R là quan hệ tương đương trên tập A, nên nếu (a, b) thuộc R, thì (b, a) cũng thuộc R, xét 1 điểm (b, x) thuộc R, thì do bắc cầu, (a, x) cũng thuộc R, do đó lớp a bao lớp b, mặt khác, xét 1 điểm (a, y) thuộc R, thì do bắc cầu (b, y) cũng thuộc R, hay lớp b bao lớp a, do đó lớp a phải = lớp b, ta chứng minh được chiều thuận của phép tương đương thứ nhất, mà lớp a = lớp b thì chúng phải có ít nhất 1 điểm giao nhau, chứng minh được chiều thuận của phép tương đương thứ 2
* Tiếp nữa, giả sử lớp a và lớp b có 1 điểm giao nhau là x, nên (a, x) thuộc R, (b, x) thuộc R, mà (b, x) thuộc R nên (x, b) cũng thuộc R, bắc cầu ta được (a, b) thuộc R, chứng minh được chiều nghịch của phép tương đương thứ 2, mà lớp a = lớp b thì nó phải chứa 1 điểm chung, do đó chứng minh được chiều nghịch phép tương đương thứ 1

1. Quan Hệ Có Thứ Tự Bộ Phận (Partial Order Relation)?

* Giống y chang quan hệ tương đương, chỉ khác là không có tính đối xứng, nhưng có tính phản đối xứng
* Ví dụ xét quan hệ có thứ tự bộ phận R trên tập A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, khi đó biểu diễn ma trận của R có thể là

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 6 |  | x | x |  |  | x |
| 5 | x |  |  | x | x |  |
| 4 | x |  |  | x |  |  |
| 3 |  | x | x |  |  |  |
| 2 |  | x |  |  |  |  |
| 1 | x |  |  |  |  |  |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |

* Dễ thấy chỉ cần bỏ đi 1 nửa tam giác dưới hoặc trên của quan hệ tương đương là được 1 quan hệ có thứ tự bộ phận
* Quan hệ sau cũng tính là loại quan hệ có thứ tự bộ phận

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 6 |  |  |  |  |  | x |
| 5 |  |  |  |  | x |  |
| 4 |  | x |  | x |  |  |
| 3 |  |  | x |  | x |  |
| 2 |  | x |  |  |  |  |
| 1 | x |  |  |  |  |  |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |

* Tập có thứ tự bộ phận (Poset) là 1 tập S bình thường đi kèm với 1 quan hệ R có thứ tự bộ phận trên tập đó, kí hiệu (S, R), thông thường R được thay bằng dấu lớn, bé, thuộc, … để chỉ quan hệ mà mỗi cặp (a, b) trong đó, a đều lớn hơn, bé hơn, thuộc, … b, viết lại tổng quát như sau (S, ≼), dấu gạch ở dưới đại diện cho quan hệ đường chéo, dấu ≺ đại diện cho quan hệ so sánh
* Ví dụ
* Xét tập số nguyên Z, quan hệ R trên Z bao gồm tất cả các cặp (a, b) thỏa mãn

a ≤ b, dễ thấy đây là quan hệ có thứ tự bộ phận, kí hiệu Poset ứng với Z và R như sau

1. So Sánh Được (Comparability)?

* Cho 1 quan hệ có thứ tự bộ phận R trên tập A
* Nếu chỉ cần (a, b) hoặc (b, a) thuộc R, ta nói a và b có thể so sánh được với nhau, cụ thể nếu (a, b) và (b, a) cùng thuộc R, thì a = b, nếu chỉ có (a, b) thì

a < b, nếu chỉ có (b, a), thì b > a, lưu ý ở đây các dấu chỉ là quy ước, dựa vào đây, ta nói cực đại của Poset ứng với A và R là giá trị m sao cho không tồn tại x trong A khác m, để (m, x) thuộc R và (x, m) không thuộc R, tương tự cực tiểu là giá trị n sao cho không tồn tại x trong A khác n, để (x, n) thuộc R và (n, x) không thuộc R, giá trị lớn nhất của Poset này là giá trị g sao cho mọi (x, g), x là giá trị bất kì trong A, đều thuộc R, tương tự giá trị nhỏ nhất của Poset này là giá trị l sao cho mọi (l, x), x là giá trị bất kì trong A, đều thuộc R, mỗi Poset chỉ có 1 g và 1 l

* Nếu cả 2 cùng không thuộc R, ta nói chúng không thể so sánh được với nhau
* Ví dụ nếu quan hệ R là quan hệ a chia hết b, thì 3 và 6 có thể so sánh với nhau, vì (6, 3) thuộc R, hay 6 và 6 cũng có thể so sánh với nhau, do (6, 6) thuộc R, nhưng 2 không thể so sánh với 5, do (2, 5) và (5, 2) không thuộc R

1. Quan Hệ Có Thứ Tự Toàn Phần (Totally Order Relation)?

* Tập có thứ tự toàn phần, còn gọi là dây xích (Chain) là Poset mà mọi phần tử trong tập tương ứng của nó có thể so sánh được với nhau thông qua quan hệ tương ứng
* Ví dụ (Z, ≤) là 1 dây xích

1. Cận Trên Và Cận Dưới?

* Cho 1 Poset (S, R), ta có A là tập con của S, xét Poset (A, R)
* Nếu tồn tại một phần tử u trong S, sao cho (x, u) tồn tại trong R với mọi x trong A, thì u gọi là cận trên của Poset (A, R)
* Tương tự nếu tồn tại một phần tử l trong S, sao cho (l, x) tồn tại trong R với mọi x trong A, thì l gọi là cận dưới của Poset (A, R)

Field – Trường:

1. Định Nghĩa?

* Là 1 tập hợp F kèm theo 2 toán tử, giả sử 2 toán tử này kí hiệu là “+” và “⋅”, thỏa mãn tính chất sau

(F, +) phải là nhóm giao hoán, giả sử phần tử Identity của nó là e1

(F/{e1}, ⋅) phải là nhóm giao hoán

* Các trường thường gặp như trường số thực với 2 phép toán cộng và nhân

Map – Ánh Xạ:

1. Phép Đồng Cấu (Homomorphism)?

* Cho nhóm (A, +) và nhóm (B, ⋅), phép ánh xạ f mỗi phần tử của A với một phần tử của B thỏa mãn tính chất sau là 1 Homomorphism

* Hệ quả
* f sẽ ánh xạ nghịch đảo thành nghịch đảo, Identity thành Identity

1. Kernel?

* Xét 1 Homomorphism f ánh xạ từ A tới B, nó ánh xạ nhiều – 1, do đó sẽ có nhiều phần tử trong A ánh xạ tới cùng 1 phần tử trong B
* Tập hợp các phần tử trong A được ánh xạ tới Identity của B được gọi là hạt nhân (Kernel)
* Kí hiệu

* x là phần tử trong A
* eB là Identity của B

1. Phép Đẳng Cấu (Isomorphism)?

* Là Homomorphism nhưng f là song ánh
* Kí hiệu nhóm này Isomorphic với nhóm kia khi tồn tại 1 Isomorphism giữa chúng

1. Phép Tự Đẳng Cấu (Automorphism)?

* Là Isomorphism nhưng ánh xạ vào chính nó

1. Ánh Xạ Tuyến Tính (Linear Mapping)?

* Là ánh xạ f từ không gian Vector V tới không gian Vector W trên cùng trường F, sao cho thỏa mãn các tính chất sau

f là Homomorphism

Order Of A Group:

Def:

Số phần tử của Group

Ex:

Order Of A Element:

Def:

Số lần Generate Element để tạo ra Identity

Ex:

Cyclic Group:

Def:

Group được tạo ra bằng cách Generate một phần tử duy nhất

Group có Order là số nguyên tố chắc chắn phải là Cyclic Group

Formula:

Ex:

Dihedral Group:

Symbol:

Def:

Group có phần tử là các phép Rotate kết hợp Flip đa giác đều cạnh

Operator là kết hợp hai phép biến đổi

Không Abelian

Ex:

Symmetric Group:

Symbol:

Def:

Group có phần tử là các phép hoán vị vật thể

Operator là kết hợp hai phép hoán vị

Không Abelian

Bất kì Finite Group nào cũng là Subgroup của một Symmetric Group

Ex:

Alternating Group:

Symbol:

Def:

Group có phần tử là các phép hoán vị chẵn vật thể

Là Subgroup của

Operator là kết hợp hai phép hoán vị chẵn

Abelian nếu

Ex:

Subgroup:

Def:

Một tập hợp là tập hợp con của Group mang đầy đủ tính chất của một

Group dưới Operator của Group G

Ex:

Subgroup Generated By A:

Symbol:

Def:

Lũy thừa nhiều lần A đến một lúc nào đó sẽ tạo ra phần tử Identity và tạo

thành một Subgroup

Ex:

Coset:

Def:

Lấy Subgroup Offset đi, nghĩa là Operate một phần tử của Group với tất cả

phần tử của Subgroup

Có thể không tạo thành một Subgroup

Tất cả Cosets của Subgroup đều có Order =

Các Cosets khác nhau không Overlap và bao toàn bộ Group

Ex:

Caley Table:

Def:

Bảng thực hiện Operator giữa các phân tử

Bảng đối xứng theo đường chéo nếu Abelian

Một Order có thể có nhiều Caley Tables

Ex:

Isomorphic Groups:

Def:

Các Group có Caley Tables giống nhau

Normal Subgroup:

Def:

Subgroup mà Left Cosets Right Cosets

Formula:

Quotient Group – Factor Group:

Symbol:

Def:

Group của tập hợp các Cosets của Normal Subgroup dưới Operator của

Group

Commutator:

Def:

Phép so sánh xem hai phần tử có hoán vị được không

Formula:

Quintic:

Def:

Không có công thức tổng quát dưới dạng căn thức cho phương trình bậc

Proof:

Gọi là 5 nghiệm thật của phương trình

Như vậy hệ số của phương trình có thể biểu diễn bằng biểu thức của các

nghiệm

Gọi công thức tổng quát

Công thức tổng quát phải thỏa mãn khi tráo đổi vị trí thì cũng phải tráo

đổi

Giả sử công thức tổng quát không có căn thức

Từ từ tráo đổi vị trí của bất kì, vì là hàm chỉ trả về một kết quả và các hệ

số không đổi nên không đổi, loại

Giả sử công thức tổng quát có một căn thức bậc bất kì, dùng Commutator

Không mất tính tổng quát, tráo , tráo theo chiều kim đồng hồ

rồi lặp lại lần hai theo chiều ngược kim đồng hồ, kết quả các nghiệm thực bị

hoán vị vì nhóm không Abelian, còn vẫn giữ nguyên vì mỗi lần hoán vị

theo chiều kim đồng hồ thì bị hoán vị theo kiểu xoay theo chiều kim đồng

hồ và ngược lại, nên tổng Phase thay đổi , loại

Giả sử công thức tổng quát có căn thức trong căn thức

Sử dụng Commutator cho căn thức bên trong trở về ban đầu, nhưng căn

thức bên ngoài có thể không trở về ban đầu nên sử dụng thêm Commutator

cũng làm căn thức bên trong trở về ban đầu, nhưng đồng thời làm sao cho

Commutator của và làm căn thức bên ngoài trở về ban đầu

Đối với căn thức trong căn thức trong căn thức … lần thì chúng ta chỉ việc

lấy Commutator của Commutators của Commutators … lần và chứng minh

Commutator Subgroup cuối cùng chứa những nhóm hoán vị khác Identity, do

đó có thể bị hoán vị còn thì không, hoàn thành việc chứng minh

Với phương trình bậc , Commutator Subgroup của nhóm là , các phần

tử trong Commutator Subgroup được tạo ra bằng cách lấy Commutator của

hai phần tử bất kì rồi loại bỏ trùng lặp

Commutator của lại là chính nó, do đó nếu lấy Commutator vô hạn lần thì

vẫn là , chứa những phần tử khác Identity, hoàn thành chứng minh

Với phương trình bậc , là Subgroup của nên khi lấy

Commutator, vẫn luôn còn , có những phần tử hoán vị khác

Identity, hoàn tất chứng minh

Involution – Hàm Số Tự Nghịch Đảo:

Def:

Hàm số ánh xạ một tập hợp vào chính nó và áp dụng 2 lần sẽ trở về như cũ